

Dinámica de la Partícula Resuelto-1

Desde la superficie de la Tierra se lanza una pelota, verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial v_0 . La pelota está sometida a la acción de un viento que ejerce sobre ella una fuerza horizontal proporcional a su altura con respecto al suelo, siendo k la constante de proporcionalidad.

Se pide:

- 1) Deducir las unidades de k en el SI.
- 2) Calcular, para un instante t , la posición de la pelota, su velocidad y su aceleración, dando las expresiones vectoriales en los tres casos.
- 3) Calcular las coordenadas del punto de máxima elevación y del punto de máximo alcance de la pelota.

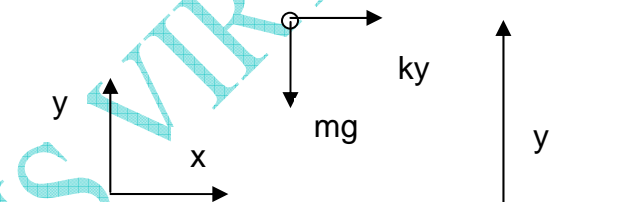
DATOS: $m=0,1$ kg $v_0 = 10$ m/s $k=0,4$ unidades SI $g=10$ m/s²

SOLUCIÓN:

Eje x horizontal, eje y vertical, lanzamiento desde el origen de coordenadas.

1) $F = ky \Rightarrow [k] = \frac{[F]}{[L]} \Rightarrow k$ se mide en $\frac{N}{m}$

2) Condiciones iniciales: $t=0 \begin{cases} x=0 & y=0 \\ v_x=0 & v_y=v_0 \end{cases}$



a) según el eje y :

$$-mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g \Rightarrow \int_{v_0}^{v_y} dv_y = \int_0^y -g dt \Rightarrow v_y = v_0 - gt$$

$$\int_0^y dy = \int_0^t (v_0 - gt) dt \Rightarrow y = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

a) según el eje x :

$$ky = ma_x \Rightarrow a_x = \frac{k}{m} y \Rightarrow a_x = \frac{k}{m} (v_0 t - \frac{1}{2} gt^2) \Rightarrow$$



$$\int_0^{v_x} dv_x = \int_0^t \frac{k}{m} (v_0 t - \frac{1}{2} g t^2) dt \Rightarrow v_x = \frac{k}{m} \int_0^t (v_0 t - \frac{1}{2} g t^2) dt = \frac{k}{m} \left[\frac{v_0 t^2}{2} - \frac{g t^3}{6} \right]$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t v_x dt \Rightarrow x = \frac{k}{m} \int_0^t \left(\frac{v_0 t^2}{2} - \frac{g t^3}{6} \right) dt \Rightarrow$$

$$x = \frac{k}{m} \left(\frac{v_0 t^3}{6} - \frac{g t^4}{24} \right)$$

VECTOR DE POSICIÓN:

$$\vec{r} = \frac{k}{m} \left(\frac{v_0 t^3}{6} - \frac{g t^4}{24} \right) \vec{i} + \left(v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \right) \vec{j}$$

VECTOR VELOCIDAD:

$$\vec{v} = \frac{k}{m} \left(\frac{v_0 t^2}{2} - \frac{g t^3}{6} \right) \vec{i} + (v_0 - g t) \vec{j}$$

VECTOR ACELERACIÓN.

$$\vec{a} = \frac{k}{m} \left(v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \right) \vec{i} - g \vec{j}$$

3) La máxima elevación se calcula imponiendo $v_y = 0$

máxima elevación (5, 50) m (en 1 segundo)

El máximo alcance se calcula imponiendo que $y = 0$

máximo alcance (80/3, 0) m (en 2 segundos)

