

OCW-UPM Estadística para Ingeniería Civil y Medioambiental

Autores: E. M. García del Toro, C. Hermoso, E. J. Huertas

PROBLEMAS Y EJERCICIOS RESUELTOS

TEMA 6 - CONTRASTES DE HIPÓTESIS PARAMÉTRICOS

Ejercicios resueltos de Contrastes de Hipótesis Paramétricos

Ejercicio 1.- En una encuesta para estudiar el grado de preocupación de la población por el medio ambiente se ha preguntado a 965 personas de las que 406 han respondido que habitualmente reciclan los envases de plástico que utilizan. Se desea contrastar al 1% de significación si la proporción de personas que reciclan envases de plástico es mayor de 0.38. Para ello:

- Plantee la hipótesis nula y la alternativa.
- Calcule el valor del estadístico de contraste para estas muestras.
- Indique la conclusión del contraste.

Solución ejercicio 1:

$$\text{Apartado a)} \quad \left. \begin{array}{l} H_0 : p \leq 0.38 \\ H_1 : p > 0.38 \end{array} \right\}$$

Apartado b) Valor del estadístico de contraste para las muestras proporcionadas: 2.6048

Apartado c) Conclusión del contraste: $2.6048 \notin \{z : z < z_{0.01} = 2.325\}$, se rechaza H_0 .

Ejercicio 2 - La producción diaria de un cierto producto en una planta de productos químicos sigue una distribución normal. Se registra la producción durante 50 días y se obtiene una media de 871 kg y una cuasi-desviación típica de 21 kg.

Se desea saber si los datos muestrales permiten aceptar la hipótesis de que la producción media de la planta es mayor de 880, al nivel de significación $\alpha = 0,01$. Para ello:

- Plantee la hipótesis nula y la alternativa.
- Calcule el valor del estadístico del contraste para esta muestra, y la región crítica y de aceptación del contraste.
- Indique la conclusión del contraste.

Solución ejercicio 2:

$$\text{Apartado a)} \quad \left. \begin{array}{l} H_0 : \mu \leq 880 \\ H_1 : \mu > 880 \end{array} \right\}$$

Apartado b) Valor del estadístico de contraste para las muestras proporcionadas: -3.0305

Apartado c) Conclusión del contraste: $-3.0305 \in \{z : z < z_{0.01} = 2.325\}$, se acepta H_0 .

Ejercicio 3 - Se desea comparar la calidad de la soldadura de las máquinas de soldar automáticas en un proceso de fabricación de tubos de chimenea. Se considera que a mayor cantidad del material empleado en la soldadura mayor es la calidad. Para comparar ambas máquinas se han obtenido los pesos (en gramos) de 10 soldaduras realizadas por cada una de ellas. Los resultados obtenidos fueron:

$$\bar{X}_1 = 19.1 \text{ g} \quad s_1 = 6.3 \text{ g} \quad \bar{X}_2 = 18.9 \text{ g} \quad s_2 = 5.3 \text{ g}$$

Se considera que el peso de las soldaduras de cada máquina se distribuye normalmente. Determine mediante un contraste de hipótesis si las máquinas tienen la misma calidad (el mismo peso medio de las soldaduras), con $\alpha = 0.01$ Para ello:

- Plantee la hipótesis nula y la alternativa.
- Calcule el valor del estadístico del contraste para estas muestras proporcionadas.
- Indique la conclusión del contraste.

Solución ejercicio 3:

$$\text{Apartado a)} \quad \left. \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{array} \right\}$$

Apartado b) Valor del estadístico de contraste para las muestras proporcionadas: 0.07682, hay que hallar primero un intervalo de confianza para el cociente de varianzas y decidir si se consideran las varianzas poblacionales iguales o distintas.

Apartado c) Conclusión del contraste: $0.07682 \in \{t : -2.878 = -t_{0.005;18} < t < t_{0.005;18} = 2.878\}$, se acepta H_0 .

Ejercicio 4.- En un estudio sobre hábitos de alimentación en murciélagos, se marcan 25 hembras y 11 machos y se les rastrea por radio. La variable de interés es X : distancia que recorren volando en una pasada en busca de alimento. El experimento proporcionó la siguiente información (asumiendo normalidad):

Hembras	$n_1 = 25$	$\bar{X}_1 = 205$ metros	$s_1 = 98$ metros
Machos	$n_2 = 11$	$\bar{X}_2 = 135$ metros	$s_2 = 75$ metros

¿Puede ser aceptada la hipótesis de que las distancias medias recorridas en busca de alimento son mayores en las hembras que en los machos, al nivel de significación del 1%?

Solución ejercicio 4:

Apartado a)
$$\left. \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{array} \right\}$$

Apartado b) Valor del estadístico de contraste para las muestras proporcionadas: 2.34

Apartado c) Conclusión del contraste: $2.34 \notin \{z : z < z_{0.01} = 2.325\}$, se rechaza H_0 .

Ejercicio 5.- Un equipo de biólogos investiga las consecuencias de la falta de riego en el metabolismo de dos especies de arbustos. Creen que el Tomillo Limón (*thymus citriodurus*) es más resistente a la sequía que el Tomillo Común (*thymus vulgaris*). Se seleccionaron aleatoriamente ocho plántulas de la primera especie y ocho de la segunda, que fueron sometidas a ausencia total de riego durante varias semanas. Posteriormente se midió la concentración de adenosina trifosfato (ATP) en las raíces de cada planta (cuanto mayor sea el valor, mayor tolerancia presentará la especie). Los datos (nº mol de ATP por mg de tejido) fueron los siguientes:

Tomillo Limón	1.45	1.70	1.19	2.04	1.05	1.49	1.07	1.91
Tomillo Común	0.21	1.34	0.58	0.99	0.11	1.17	0.27	1.30

Se quiere contrastar si la creencia es cierta, al nivel de significación del 5%.

Solución ejercicio 5:

Apartado a)
$$\left. \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{array} \right\}$$

Apartado b) Valor del estadístico de contraste para las muestras proporcionadas: 3.2976, hay que hallar primero un intervalo de confianza para el cociente de varianzas y decidir si se consideran las varianzas poblacionales iguales o distintas.

Apartado c) Conclusión del contraste: $3.2976 \notin \{t : t < t_{0.05;14} = 1.761\}$, se rechaza H_0 .

Ejercicio 6.- Se estudian diez ejemplares de potro alazán americano en un programa de modificación de dieta diseñado para estimular la pérdida de peso. En la tabla siguiente se indica el peso de cada ejemplar antes y después de haber participado en el programa.

Ejemplar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antes	195	213	247	201	187	210	215	246	294	310
Después	187	195	221	190	175	197	199	221	278	285

Se quiere saber si existe evidencia que apoye la afirmación de que este programa de modificación de dieta es eficaz para reducir el peso, con $\alpha = 0,05$.

Solución ejercicio 6:

Apartado a)
$$\left. \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq 0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0 \end{array} \right\}$$

Apartado b) Valor del estadístico de contraste para las muestras proporcionadas: 8.3841

Apartado c) Conclusión del contraste: $8.3841 \notin \{t : t < t_{0.05;9} = 1.833\}$, se rechaza H_0 .

Ejercicio 7.- Se hizo un muestreo en dos municipios para averiguar su opinión sobre la fluoración del agua antes de iniciar una campaña. Los resultados de estas encuestas (siendo p la proporción favorable) fueron

Municipio 1: $n = 110$ $p = 0,52$

Municipio 2: $n = 75$ $p = 0,55$

¿Podría afirmarse que es improbable que los dos municipios tengan iguales proporciones de partidarios de la fluoración?

Solución ejercicio 7:

Apartado a)
$$\left. \begin{array}{l} H_0 : p_1 = p_2 \\ H_1 : p_1 \neq p_2 \end{array} \right\}$$

Apartado b) Valor del estadístico de contraste para las muestras proporcionadas: -0.402

Apartado c) Conclusión del contraste: $-0.402 \in \{z : -z_{0.025} = -1.96 < z < z_{0.025} = 1.96\}$, se acepta H_0 .

Ejercicio 8.- Se han medido las concentraciones de nitratos en distintos puntos de dos pantanos, obteniéndose los siguientes valores:

	1	2	3	4	5
Pantano 1	7.1	8.5	6.2	7.3	7.9
Pantano 2	7.2	6.5	5.9	7.8	6.5

Los valores obtenidos en el Pantano 1 parecen ser algo superiores a los obtenidos en el Pantano 2, lo que hace sospechar que las aguas del Pantano 1 están contaminadas por los compuestos nitrogenados procedentes de una industria cercana. ¿Es suficientemente importante esta diferencia como para poder concluir que el nivel de nitratos en él es mayor y que, por tanto, está contaminado?

Para ello, utilizando $\alpha = 0,01$:

a) Exprese claramente la hipótesis nula y la hipótesis alternativa.

b) Indique el valor del estadístico del contraste.

c) Explique la conclusión del contraste.

d) Si para la resolución del apartado b) ha necesitado hacer algún tipo de averiguación sobre las varianzas poblacionales, explíquela e indique los resultados de los cálculos realizados.

Solución ejercicio 8:

Apartado a)
$$\left. \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{array} \right\}$$

Apartado b) Valor del estadístico de contraste para las muestras proporcionadas: 1.222, hay que hallar primero un intervalo de confianza para el cociente de varianzas y decidir si se consideran las varianzas poblacionales iguales o distintas.

Apartado c) Conclusión del contraste: $1.222 \in \{t : t < t_{0.01;8} = 2,896\}$, se acepta H_0 .