EJERCICIOS RESUELTOS SOBRE ERRORES DE REDONDEO

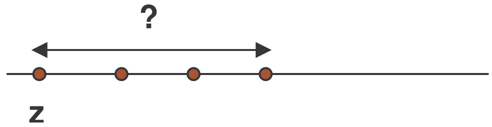
1º) Considérese un número estrictamente positivo del sistema de números máquina F(s+1, m, M, 10). Supongamos que tal número es:

$$z = 0.d_1d_2.....d_s\cdot 10^e$$

Responde justificadamente a las siguientes cuestiones:

a) **¿Cuál es la distancia entre el número máquina z y el número –z?.**

b) **¿Cuál es la distancia entre el número z y el número máquina más pequeño que sea superior al que es inmediatamente superior al inmediatamente superior a z?**



Solución:

a) La distancia pedida será $z - (-z) = 2\cdot z = 2\cdot(0.d_1d_2....d_s)\cdot 10^e$.

b) Siendo w el número máquina inmediatamente superior al que es inmediatamente superior al inmediatamente superior a z, <u>suponiendo que los exponentes de z y de w sean el mismo</u>, se tiene que:

$$w = 0.d_1d_2....d_{s-1}d_s\cdot 10^e + 0.00...03\cdot 10^e$$

Por tanto, en ese caso $w - z = 3\cdot 10^{e-s}$. Obsérvese que para que el exponente de w y de z sean el mismo la mantisa de z debe ser inferior a 0.99...97.

En el caso en que z sea un número de la forma $z = 0.99....97\cdot 10^e = 99....97\cdot 10^{e-s}$ el número máquina siguiente sería $z_1 = 0.99....98\cdot 10^e = 99...98\cdot 10^{e-s}$, el siguiente a él $z_2 = 0.99...99\cdot 10^e = 99...99\cdot 10^{e-s}$ y el número máquina siguiente a z_2 será $w = 0.10...00\cdot 10^{e+1} = 100....00\cdot 10^{e-s}$. Por tanto en este caso también la distancia pedida es $w - z = 3\cdot 10^{e-s}$

En el caso en que z sea un número de la forma $z = 0.99....98\cdot 10^e = 99....98\cdot 10^{e-s}$ el número máquina siguiente sería $z_1 = 0.99....99\cdot 10^e = 99...99\cdot 10^{e-s}$, el siguiente a él $z_2 = 0.10...00\cdot 10^{e+1} = 100...0\cdot 10^{e-s}$ y el número máquina siguiente a z_2 será $w = 0.10...01\cdot 10^{e+1} = 100....10\cdot 10^{e-s}$. Por tanto en este caso la distancia pedida es $w - z = (100...10 - 99...98)\cdot 10^{e-s} = 12\cdot 10^{e-s}$.

Y , finalmente, en el caso en que z sea un número de la forma $z = 0.99....99\cdot 10^{e} = 99....99\cdot 10^{e-s}$ el número máquina siguiente es $z_1 = 0.10...00\cdot 10^{e+1} = 100...0\cdot 10^{e-s}$, el siguiente a él $z_2 = 0.10...01\cdot 10^{e+1} = 100....10\cdot 10^{e-s}$ y el número máquina siguiente a z_2 es $w= 0.10...02\cdot 10^{e+1} = 100....20\cdot 10^{e-s}$. Por tanto en este caso la distancia pedida resulta será:

$$w - z = (100...20 - 99...99)\cdot 10^{e-s} = 21\cdot 10^{e-s}.$$

En resumen, la distancia pedida es:

$$\begin{cases} 3\cdot 10^{e-s} & \forall z \,/\, 0.10...00\cdot 10^{e} \leq z \leq 0.99....97\cdot 10^{e} \\ 12\cdot 10^{e-s} & \text{Si} \quad z = 0.99....98\cdot 10^{e} \\ 21\cdot 10^{e-s} & \text{Si} \quad z = 0.99....99\cdot 10^{e} \end{cases}$$

2º) Si se utiliza la estrategia de redondeo, ¿cuál es el número máquina del sistema F(4, -10, 10, 10) que se obtiene como potencia cuarta del número máquina que aproxima al número π?. ¿Y cual sería el número máquina que aproximaría a π^4?.

<u>Solución:</u>

En el sistema F(4, -10, 10, 10) el número $\pi = 3.141592...$ es redondeado por el número máquina: $z = 0.314\cdot 10^{1}$. Se tiene entonces que el número real:

$$z^2 = z\cdot z = 0.09859..\cdot 10^{2}$$

es aproximado por el número máquina: $w = 0.986\cdot 10^{1}$. A su vez el número real w^2 (que aproximaría z^4) es:

$$w^2 = w\cdot w = 0.97219..\cdot 10^{2}$$

que se aproximaría redondeando por el número máquina: $v = 0.972\cdot 10^{2}$.

El número real π^4 es: $\pi^4 = 97.40909....$ y se aproximaría mediante redondeo por el número máquina $q = 0.974\cdot 10^{2}$. El error cometido al operar de una u otra forma es por ello: $0.002\cdot 10^{2} = 0.2$.

3º) ¿Cuántos números máquina del sistema F(4, -10, 10, 10) son estrictamente mayores que 103 y estrictamente inferiores que 1237?.

Solución:

El número 103 en el sistema de números máquina se representa por: $z = 0.103 \cdot 10^3$. Estrictamente mayores que él pero con el mismo exponente existirán los números máquina $0.104 \cdot 10^3$, $0.105 \cdot 10^3$, $0.106 \cdot 10^3$, ..., $0.999 \cdot 10^3$. Es decir 896 números.

Por otra parte el número máquina que aproxima a 1237 será $0.123 \cdot 10^4$ (si se actúa por truncado) o $0.124 \cdot 10^4$ si se procede mediante redondeo. En todo caso el mayor número máquina estrictamente inferior a 1237 es $0.123 \cdot 10^4$. Con exponente igual a 4 y que sean menores o iguales que $0.123 \cdot 10^4$ se tienen los números máquina $0.100 \cdot 10^4$, $0.101 \cdot 10^4$, $0.102 \cdot 10^4$, ..., $0.122 \cdot 10^4$ y $0.123 \cdot 10^4$. Es decir 24 números máquina.

En resumen se tienen 896 + 24 = 920 números máquina del sistema F(4, -10, 10, 10) estrictamente superiores a 103 y estrictamente inferiores a 1237.

4º) ¿Cuantos números máquina del sistema F(5, -10, 10, 10) son estrictamente mayores que –23 y menores que 8429?.

Solución:

El número real –23 se representa en el sistema F(5, -10, 10, 10) por el número máquina $z = -0.2300 \cdot 10^2$. Serán mayores que él todos aquellos números máquina negativos con exponente igual a 2 en los que, independientemente del valor de sus dos últimos dígitos decimales de la mantisa, el primer dígito sea un 2 y el segundo un 0, un 1 o un 2 (es decir $10 \cdot 10 \cdot 3 = 300$ números) o en los que sus tres últimos dígitos decimales tomen el valor que sea y el primer dígito sea igual a 1 (es decir $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ números).

Asimismo serán superiores a –23 todos aquellos números máquina negativos con exponentes inferiores a 2, es decir con exponentes 1, 0, -1, -2, ..., -10. Ello proporciona otros $12 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 108000$ números máquina adicionales.

En resumen, en el sistema F(5, -10, 10, 10) habrá 109300 números máquina negativos estrictamente superiores a –23.

A ellos debe añadirse el número 0 y los números positivos estrictamente inferiores a $8429 = 0.8429 \cdot 10^4$. Estos serán:

- Todos aquellos números en los que los dígitos de la mantisa tomen cualquier valor permitido y su exponente sea inferior a 4, es decir :
  $14 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 126000$ números máquina
- Todos aquellos números máquina con exponente igual a 4 en los que el primer dígito de la mantisa sea 1, 2, 3, 4, 5, 6 ó 7 y los otros tres dígitos tomen cualquier valor, es decir:
  $7 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 7000$ números máquina
- Todos aquellos números máquina con exponente igual a 4 en los que el primer dígito de la mantisa sea 8, el segundo 0, 1, 2 ó 3 y los otros dos dígitos tomen cualquier valor, es decir:
  $4 \cdot 10 \cdot 10 = 400$ números máquina
- Todos aquellos números máquina con exponente igual a 4 en los que el primer dígito de la mantisa sea 8, el segundo sea 4, el tercero sea 0 ó 1 y el cuarto dígito tomen cualquier valor, es decir:
  $2 \cdot 10 = 20$ números máquina
- Todos aquellos números máquina con exponente igual a 4 en los que el primer dígito de la mantisa sea 8, el segundo sea 4, el tercero sea 2 y el cuarto dígito tome valor 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ó 8, es decir:
  9 números máquina

En resumen hay (126000 + 7000 + 400 + 20 + 9) = 133429 números máquina positivos estrictamente inferiores a 8429.

Contabilizando todos los números máquina (los 109300 negativos, más los 133429 positivos, más el nulo) puede concluirse que en el sistema F(5, -10, 10, 10) existirán 242730 números máquina mayores que –23 e inferiores a 8429.

5ª) El último equipo informático lanzado por la empresa PowerfullBit trabaja con números binarios y utiliza la técnica de redondeo para aproximar los números reales. El comercial de la empresa, Ido Ntknow, asegura que la máquina dedica 5 bits para almacenar los exponentes (siendo el primero de ellos para el signo). Además sabe que entre los bits de la mantisa el primero se destina a almacenar el signo y, en un catálogo, encontró que la unidad de redondeo de la máquina tiene el valor u = 0.001953125. Pero Ido Ntknow no sabe cual es el número de overflow de la máquina que tiene que vender. Indícale entre las opciones siguientes cuál es dicho número de overflow si este se expresa en base 10:

a) $N_{overflow} = 65408$
b) $N_{overflow} = 65472$
c) $N_{overflow} = 65409$
d) $N_{overflow} = 65504$

Solución:

La unidad de redondeo de un sistema de números máquina con (s+1) bits para la mantisa (el primero para el signo y s bits para los dígitos decimales de la mantisa) que trabaje mediante la técnica de aproximación de redondeo está dada por la expresión:

$$u = 2^{-(s+1)}$$

por lo que si u = 0.001953125 se tiene que:

$$0.001953125 = 2^{-(s+1)} \Rightarrow s = -1 - \frac{\ln(0.001953125)}{\ln(2)} = 8$$

Por tanto el sistema de números máquina utilizado emplea 8 bits para los decimales de la mantisa.

Por otra parte, el mayor exponente que puede utilizarse en este sistema de números máquina será, en binario, el número:

$$M_2 = +\ 1111$$

que, en base 10, es:

$$M = 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 2^4 - 1 = 15$$

Por tanto el mayor número máquina tendrá el valor:

$$N = (1.11111111)_2 \cdot 2^{15} =$$

$$= (2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-6} + 2^{-7} + 2^{-8}) \cdot 2^{15} =$$

$$= (2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) \cdot 2^7 =$$

$$= (2^9 - 1) \cdot 2^7 = 65408$$

El número de overflow será el primer número positivo que no puede ser aproximado por este número máquina N. Como se está actuando mediante la técnica de redondeo tal número será:

$$N_{overflow} = (1.111111111)_2 \cdot 2^{15} =$$

$$= (2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-6} + 2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-9}) \cdot 2^{15} =$$

$$= (2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) \cdot 2^6 =$$

$$= (2^{10} - 1) \cdot 2^6 = 65472$$

6º) Se quiere calcular una sucesión de números que responde a la siguiente expresión:

$$\mathbf{x_1 = a \;, \qquad x_i = 1 + (-1)^i \cdot \frac{(i+1)}{i} \cdot x_{i-1} \qquad (i = 2, 3, \ldots..)}$$

El cálculo se programa en una máquina en la que el valor de la constante α se evalúa con un error ε por lo que se calculan en realidad los números:

$$\mathbf{y_1 = \alpha - \varepsilon \;, \qquad y_i = 1 + (-1)^i \cdot \frac{(i+1)}{i} \cdot y_{i-1} \qquad (i = 2, 3, \ldots..)}$$

Obtén la expresión de $|x_n - y_n|$ siendo n un elemento genérico de la sucesión.

Solución:

La relación entre los primeros elementos de la sucesión es:

$$x_1 = y_1 + \varepsilon$$
$$x_2 = 1 + (-1)^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot x_1 = 1 + \frac{3}{2} \cdot (y_1 + \varepsilon) = y_2 + \frac{3}{2} . \varepsilon$$
$$x_3 = 1 + (-1)^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot x_2 = 1 - \frac{4}{3} \cdot (y_2 + \frac{3}{2} \cdot \varepsilon) = y_3 - 2 \cdot \varepsilon$$
$$x_4 = 1 + (-1)^4 \cdot \frac{5}{4} \cdot x_3 = 1 + \frac{5}{4} \cdot (y_3 - 2 \cdot \varepsilon) = y_4 - \frac{5}{2} \cdot \varepsilon$$
$$x_5 = 1 + (-1)^5 \cdot \frac{6}{5} \cdot x_4 = 1 - \frac{6}{5} \cdot (y_4 - \frac{5}{2} \cdot \varepsilon) = y_5 + 3 \cdot \varepsilon$$

....

Los cálculos anteriores parecen indicar que el valor absoluto del error absoluto responde a la expresión:

$$\left|x_i - y_i\right| = \frac{i+1}{2}\cdot\varepsilon$$

Más concretamente, si se observa que el signo del error absoluto cambia cada dos elementos se podría escribir que el error absoluto "parece" comportarse según la siguiente ley:

$$\left.\begin{array}{l} x_{2\cdot i-1} - y_{2i-1} = (-1)^{(i+1)}\cdot i\cdot\varepsilon \\ x_{2\cdot i} - y_{2i} = (-1)^{(i+1)}\cdot\dfrac{2\cdot i+1}{2}\cdot\varepsilon \end{array}\right\} (i = 1,2,3,....)$$

Verifiquemos que efectivamente el error responde a esta expresión. Para ello procederemos por inducción admitiendo que para un valor del subíndice impar, el valor (2·i-1) se verifica que:

$$x_{2\cdot i-1} - y_{2i-1} = (-1)^{(i+1)}\cdot i\cdot\varepsilon$$

Se tendrá entonces que:

$$x_{2\cdot i} = 1 + (-1)^{2\cdot i}\cdot\frac{2\cdot i+1}{2\cdot i}\cdot x_{2\cdot i-1} = 1 + \frac{2\cdot i+1}{2\cdot i}\cdot(y_{2\cdot i-1} + (-1)^{(i+1)}\cdot i\cdot\varepsilon) =$$

$$= y_{2\cdot i} + (-1)^{(i+1)}\cdot\frac{(2\cdot i+1)\cdot i}{2\cdot i}\cdot\varepsilon = y_{2\cdot i} + (-1)^{(i+1)}\cdot\frac{(2\cdot i+1)}{2}\cdot\varepsilon$$

por lo que:

$$x_{2\cdot i} - y_{2i} = (-1)^{(i+1)}\cdot\frac{2\cdot i+1}{2}\cdot\varepsilon$$

Supongamos entonces que para un determinado índice par, 2·i, se verifica que:

$$x_{2\cdot i} - y_{2i} = (-1)^{(i+1)}\cdot\frac{2\cdot i+1}{2}\cdot\varepsilon$$

Se tendrá entonces que:

$$x_{2\cdot i+1} = 1 + (-1)^{(2\cdot i+1)}\cdot\frac{2\cdot i+2}{2\cdot i+1}\cdot x_{2\cdot i} = 1 - \frac{2\cdot i+2}{2\cdot i+1}\cdot(y_{2\cdot i} + (-1)^{(i+1)}\cdot\frac{2\cdot i+1}{2}\cdot\varepsilon) =$$

$$= y_{2\cdot i+1} + (-1)^{(i+2)}\cdot\frac{(2\cdot i+2)\cdot(2\cdot i+1)}{(2\cdot i+1)\cdot 2}\cdot\varepsilon = y_{2\cdot i+1} + (-1)^{(i+2)}\cdot(i+1)\cdot\varepsilon =$$

por lo que si consideramos que 2·i+1 = 2·(i+1) – 1 podemos escribir que:

$$x_{2\cdot(i+1)-1} = y_{2\cdot(i+1)-1} + (-1)^{((i+1)+1)}\cdot(i+1)\cdot\varepsilon$$

que responde a la expresión general antes encontrada (sustituyendo "i" por "i+1").

7º. Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Todos los números reales que expresados en base 10 tengan un número finito de decimales significativos, al expresarlos en base 2 o bien tienen un número finito de decimales significativos o bien sus cifras decimales son periódicas a partir de algún decimal.

b) El error de pérdida de significado tiene menos importancia cuando se opera con números de gran valor absoluto, aunque tengan órdenes de magnitud muy diferente, que cuando se trabaja con números pequeños.

c) La unidad de redondeo de un sistema de números máquina F(s, m, M, 2) determina el mayor error relativo que se comete al codificar cualquier número en dicho sistema. Por ello, el error relativo en el resultado una operación aritmética elemental (suma, resta , producto o división) entre dos números máquina de dicho sistema siempre será inferior o igual al doble de la unidad de redondeo.

No se considerarán correctas aquellas respuestas que no estén debidamente justificadas.

Solución:

a) Sea $(a)_{10}$ un número expresado en base 10 que tenga un número finito de decimales. Su expresión en base 2, que representaremos por $(a)_2$, tendrá como parte entera la expresión en base 2 de la parte entera de $(a)_{10}$ y la parte decimal de $(a)_2$ se obtendrá expresando en binario la parte decimal de $(a)_{10}$. La parte entera de $(a)_{10}$ se expresa en binario dividiéndola sucesivamente por 2 y atendiendo al resto de cada una de dichas divisiones (véanse los apuntes de la asignatura para mayor detalle). En todo caso el número de dígitos significativos de la parte entera será "n"siendo 2^n la menor potencia positiva que es estrictamente mayor que $(a)_{10}$. Por tanto para analizar si la parte decimal de $(a)_2$ tiene un número finito de decimales o si hay alguna periodicidad en estos bastará con analizar cómo se expresa en binario la parte decimal de $(a)_{10}$.

Para ello denotemos por $0.d_1d_2d_3...d_m$ a la expresión de la parte decimal de $(a)_{10}$ en la que suponemos que sólo hay m decimales significativos (*por ir ilustrando cuanto se diga con un ejemplo imaginemos que esta parte decimal fuese 0.627 habiendo 3* *decimales significativos*). La expresión binaria de esta parte decimal será $0.b_1b_2b_3.....b_s......$ El valor del dígito binario b_1 se corresponderá con la parte entera de 2.($0.d_1d_2d_3...d_m$) y la parte decimal del número obtenido se guardará para el cálculo de b_2. (*En el caso del número tomado como ejemplo se tendrá que 2.(0.627) = 1.254 por lo que b_1 el primer dígito binario de la parte decimal de $(a)_2$ será 1 y utilizaremos el número 0.254 para determinar posteriormente b_2*). En todo caso el número resultante para poder calcular a partir de él el dígito b_2 tendrá a lo sumo m decimales significativos. Denotemos este número como $0.d_1^{'}d_2^{'}.d_3^{'}....d_m^{'}$ (*en el ejemplo 0.254*).

Si fuesen nulos todos los dígitos de este nuevo número decimal ya no habría más decimales significativos en la parte decimal de $(a)_2$. Si no fuesen todos nulos, el dígito b_2 se determinará como la parte entera del número que se obtiene realizando la operación 2.($0.d_1^{'}d_2^{'}.d_3^{'}....d_m^{'}$) mientras que la parte decimal del número así obtenido se reservará para el cálculo de b_3. (*En el ejemplo, 2.(0.254) = 0.508 siendo b_2 = 0 y reservando el número 0.508 para el cálculo posterior de b_3*). Observemos que la parte decimal así obtenida tendrá, a lo sumo, m dígitos decimales significativos. Denotemos por $0.d_1^{(2)}d_2^{(2)}.d_3^{(2)}....d_m^{(2)}$ (*en el ejemplo 0.508*).

Si fuesen nulos todos los dígitos de este nuevo número decimal $0.d_1^{(2)}d_2^{(2)}.d_3^{(2)}....d_m^{(2)}$ ya no habría más decimales significativos en la expresión de $(a)_2$. Si no lo fuesen se volvería a repetir el proceso para determinar b_3.

Un paso genérico de este proceso, el que conduce a la determinación de b_{i+1}, partirá de un número decimal de la forma $0.d_1^{(i)}d_2^{(i)}.d_3^{(i)}....d_m^{(i)}$ y consistirá en denotar por b_{i+1} a la parte entera del número 2.($0.d_1^{(i)}d_2^{(i)}.d_3^{(i)}....d_m^{(i)}$), reservando la parte decimal del valor así obtenido, $0.d_1^{(i+1)}d_2^{(i+1)}.d_3^{(i+1)}....d_m^{(i+1)}$ para el cálculo de posteriores dígitos binarios. Si $0.d_1^{(i+1)}d_2^{(i+1)}.d_3^{(i+1)}....d_m^{(i+1)}$ tuviera sus m decimales iguales a 0 ya no habría más decimales significativos en la parte decimal de $(a)_2$. Y si no fuesen nulos se continuaría el proceso.

Pero m dígitos decimales se pueden combinar sólo de 10^m formas distintas (*en el ejemplo, con 3 decimales sólo podemos formar 1000 números diferentes – 0.000, 0.001, 0.002, ..., 0.998, 0.999-*). Por tanto, antes o después uno de los números $0.d_1^{(k)}d_2^{(k)}.d_3^{(k)}....d_m^{(k)}$ que se obtengan o bien será nulo o bien coincidirá con otro número $0.d_1^{(i)}d_2^{(i)}.d_3^{(i)}....d_m^{(i)}$ previamente calculado. En el primer caso $(a)_2$ tendrá un número finito (k) decimales. En el segundo caso la expresión de la parte decimal de $(a)_2$ tendrá una periodicidad a partir del i-ésimo dígito (repitiéndose periódicamente los dígitos $b_ib_{i+1}...b_k$).

En resumen, la afirmación realizada es verdadera.

b) Al sumar dos números en un ordenador los exponentes de ambos deben igualarse. Así si, trabajando en base 10, el exponente del sumando con mayor valor absoluto es 10^A y el del sumando de menor valor absoluto fuese 10^a, este último verá su mantisa multiplicada por 10^{a-A} para que su exponente sea también 10^A. Ello equivale a introducir (a – A) decimales nulos antes del primer dígito significativo de la mantisa del sumando con menor valor absoluto. Y como en el valor de la suma resultante sólo se conservarán un número finito de dígitos de la mantisa, eso es lo mismo que decir que se pierden los (A-a) últimos dígitos de la mantisa del sumando de menor valor absoluto. Este error, la pérdida de significado de los (A-a) últimos decimales del sumando de menor valor absoluto, es el que se conoce con el nombre de *error de pérdida de significado*, y es mayor cuanto mayor sea la diferencia entre los exponentes A y a, siendo el valor (A-a) lo único que le influye. Por tanto la afirmación que se realiza en el enunciado no es correcta.

c) La primera parte de la afirmación es correcta pues la unidad de redondeo, por definición, representa el mayor error relativo que se comete al aproximar un número por un número máquina.

La segunda parte de la afirmación también es correcta (siempre que el número resultante de la operación realizada pueda ser aproximado por alguno de los números que forman parte del sistema de números máquina que se considere). En ese caso, la multiplicación o división de números máquina (que por ser números máquina se codifican sin error) sería igual a un número real que al ser aproximado por un número máquina se vería afectado por un error relativo acotado por la unidad de redondeo. Y en la suma o resta de dos números máquina el valor resultante sólo se vería afectado por el error de pérdida de significado del menor de ellos que también será inferior a la unidad de redondeo. Luego en ese caso la afirmación es cierta (y aun podría rebajarse la cota del error relativo en el resultado de la operación pues esta podría ser sólo la unidad de redondeo en lugar del doble de esta como se dice en el enunciado).

NOTA:
La única situación en la que la afirmación podría ser considerada como incorrecta es aquella en la que el resultado de la operación es un número máquina que supere, en valor absoluto, el número de overflow. Si por ejemplo denotamos por "A" al mayor de los números máquina y por "a" al número máquina de menor valor absoluto, el cociente entre ambos nos conduciría a un número que no puede ser aproximado por ninguno de

los números máquina del sistema. Como en dicho caso no tiene mayor sentido hablar de error de redondeo en la operación pues la operación no puede ser realizada, puede considerarse que la afirmación es correcta.